Sottoinsiemi propri e impropri

Esempi di riferimento:

$A = \{\text{a, e, i}\}$ $\quad$ $B = \{\text{e, i}\}$
$C = \{\text{x, y}\}$ $\quad$ $D = \{\text{y, z}\}$
$E = \{1, 2, 3\}$ $\quad$ $F = \{1, 2, 3\}$
$G = \{10, 11\}$ $\quad$ $H = \varnothing$
$I = \varnothing$ $\quad$ $J = \varnothing$

Non domandarti **cos'è** un sottoinsieme; domandati **se** è un sottoinsieme.

Dati due insiemi A e B si dice che
B è un **sottoinsieme proprio** di A
se
B è **sottoinsieme** di A
E
B NON è uguale ad A
E
B NON è vuoto.

Tra le tre condizioni c'è una "**E**", quindi devono essere vere tutte e tre le condizioni affinché l'insieme B sia sottoinsieme proprio di A.
In simboli possiamo scrivere:

$$B \subseteq A \quad \wedge \quad B \neq A \quad \wedge \quad B \neq \varnothing \quad \Longrightarrow \quad B \text{ sottoinsieme proprio di } A$$

Dati due insiemi A e B si dice che
B è un **sottoinsieme improprio** di A
se
B è **uguale** ad A
O
B è vuoto.

Tra le due condizioni c'è una "**O**", quindi basta che sia vera una delle due condizioni affinché l'insieme B sia sottoinsieme improprio di A.
In simboli possiamo scrivere:

$$B = A \quad \vee \quad B = \varnothing \quad \Longrightarrow \quad B \text{ sottoinsieme improprio di } A$$

Facendo riferimento agli esempi possiamo dire:

- B è sottoinsieme proprio di A,
  perché B è sottoinsieme di A, B non è uguale ad A, e B non è vuoto;
- D NON è sottoinsieme di C, quindi non ha senso domandarci se è proprio o improprio;
- F è sottoinsieme improprio di E,
  perché F è uguale a E;
  ogni insieme è sottoinsieme improprio di se stesso;
- H è sottoinsieme improprio di G,
  perché H è vuoto;
  l'insieme vuoto è sottoinsieme improprio di ogni insieme;
- J è sottoinsieme improprio di I,
  perché J è vuoto (ed è pure uguale a I);
  l'insieme vuoto è sottoinsieme improprio di se stesso.