Sottoinsiemi e simboli

Esempi di riferimento:

$A = \{\text{a, e, i}\}$ $\quad$ $B = \{\text{e, i}\}$
$C = \{\text{x, y}\}$ $\quad$ $D = \{\text{y, z}\}$
$E = \{1, 2, 3\}$ $\quad$ $F = \{1, 2, 3\}$
$G = \{10, 11\}$ $\quad$ $H = \varnothing$
$I = \varnothing$ $\quad$ $J = \varnothing$

Per indicare che
un insieme è **uguale** ad un altro
si usa il simbolo
$=$

Per indicare che
un insieme è **sottoinsieme** di un altro
si usa il simbolo
$\subseteq$

Per indicare che
un insieme è **sottoinsieme** di un altro
E
NON sono uguali
si usa il simbolo
$\subset$

Tra le due condizioni c'è una "**E**", quindi devono essere vere tutte e due le condizioni affinché si possa usare il simbolo $\subset$.

In simboli possiamo scrivere:

$$B \subseteq A \quad \wedge \quad B \neq A \quad \Longrightarrow \quad B \subset A$$

Nota:
il simbolo $\subseteq$ indica che il primo è un **sottoinsieme** del secondo;
il simbolo $\subset$ non indica che il primo è un **sottoinsieme proprio** del secondo, perché le condizioni sono diverse:

$$B \subseteq A \quad \wedge \quad B \neq A \quad \Longrightarrow \quad B \subset A$$
$$B \subseteq A \quad \wedge \quad B \neq A \quad \wedge \quad B \neq \varnothing \quad \Longrightarrow \quad B \text{ sottoinsieme proprio di } A$$

La differenza è nel caso di B insieme vuoto; in particolare se A è un insieme non vuoto, allora:

$$A \neq \varnothing \quad \Longrightarrow \quad \varnothing \subset A \quad \wedge \quad \varnothing \text{ sottoinsieme improprio di } A$$

Facendo riferimento agli esempi possiamo scrivere:

- $B \subseteq A$: B è sottoinsieme di A;
  $B \neq A$: B non è uguale ad A;
  $B \subset A$: B è sottoinsieme di A e B non è uguale ad A;
- $D \nsubseteq C$: D NON è sottoinsieme di C;
  $D \neq C$: D NON è uguale a C;
  $D \not\subset C$: D NON è sottoinsieme di C;

- $F \subseteq E$: F è sottoinsieme di E;
  $F = E$: F è uguale a E;
  $F \not\subset E$: F è sottoinsieme di E ma F è uguale a E;

- $H \subseteq G$: H è sottoinsieme di G;
  $H \neq G$: H NON è uguale a G;
  $H \subset G$: H è sottoinsieme di G e H NON è uguale a G;

- $J \subseteq I$: J è sottoinsieme di I;
  $J = I$: J è uguale a I;
  $J \not\subset I$: J è sottoinsieme di I ma J è uguale a I;